

混合边界子结构的航空发动机 机匣模型修正

曹芝肸^{1,2}, 姜 东³, 吴邵庆^{1,2}, 费庆国^{1,2}

- (1. 东南大学 土木工程学院 工程力学系, 南京 210096;
2. 东南大学 土木工程学院 工程力学系 江苏省工程力学分析重点实验室, 南京 210096;
3. 南京林业大学 机械电子工程学院, 南京 210037)

摘 要:提出了一种基于混合边界模态综合的复杂结构有限元模型修正方法。其主要步骤包括:①子结构划分,根据结构形式划分待修正区域,得到子结构和残余结构;②缩聚和装配,利用混合边界模态综合法,将子结构内部自由度集缩聚至混合边界自由度集,得到子结构缩聚矩阵,并与残余结构的系统矩阵进行装配;③修正,基于灵敏度分析方法,对装配后的残余结构进行参数修正。将该方法应用于航空发动机外机匣的精细化有限元建模及模型修正研究,针对局部连接结构参数修正,子结构模型修正方法的参数收敛后最大误差为 0.64%,其计算效率提高了 5.15 倍。算例结果表明,该方法在保证修正精确度的同时,能提高大规模复杂结构有限元模型修正的计算效率。

关 键 词:混合边界;模态综合法;精细有限元;灵敏度分析;模型修正
中图分类号: V232.7 **文献标志码:** A

Model updating of an aero-engine casing based on the mixed boundary substructure

CAO Zhifu^{1,2}, JIANG Dong³, WU Shaoqing^{1,2}, FEI Qingguo^{1,2}

- (1. Department of Engineering Mechanics, School of Civil Engineering, Southeast University, Nanjing 210096, China;
2. Jiangsu Key Laboratory of Engineering Mechanics, Department of Engineering Mechanics, School of Civil Engineering, Southeast University, Nanjing 210096, China;
3. College of Mechanical and Electronic Engineering, Nanjing Forestry University, Nanjing 210037, China)

Abstract: A complex structure finite element model updating method based on the mixed boundary component mode synthesis (CMS) was proposed. The major steps of the proposed finite element model updating method include: (1) substructure partition, partition of the updating area into substructure and residual structure according to the junction ways. (2) Reduction and assembly, reduce the internal degree of freedoms (DOFs) to the mixed boundary DOFs by mixed boundary CMS, and assemble the reduction matrix of substructure

收稿日期:2016-04-06
基金项目:教育部新世纪优秀人才支持计划资助项目(NCET-11-0086);国家自然科学基金(11572086,11402052,11602112)
作者简介:曹芝肸(1990—),男,博士生,主要从事复杂结构动力学建模及模型修正研究。
通讯作者:费庆国(1977—),男,教授、博士生导师,博士,主要从事结构动力学建模与修正、响应预示和动强度评估研究。
引用格式:曹芝肸,姜东,吴邵庆,等.混合边界子结构的航空发动机机匣模型修正[J].航空动力学报,2017,32(11):2695-2704.
CAO Zhifu,JIANG Dong,WU Shaoqing,et al. Model updating of an aero-engine casing based on the mixed boundary sub-structure[J]. Journal of Aerospace Power,2017,32(11):2695-2704.

into the residual structure physical matrix. (3) Updating, assemble residual structure model updating by sensitivity analysis. The proposed approach was applied to the aero-engine casing refined finite element modeling and model updating. For the local junction parameter updating, the maximal error was 0.64% for the substructure model updating method, and the computational efficiency improved by 5.15 times. These results demonstrate that the method can guarantee the accuracy of the model updating, and improve the numerical computational efficiency of the large-scale complex structure.

Key words: mixed boundary; component mode synthesis; refined finite element; sensitivity analysis; model updating

针对大型复杂结构动态特性分析、动响应预测及动态优化,有限元分析具有重要的地位。但在实际建模过程中,结构的必要简化,导致有限元模型与实际结构之间出现误差,模型修正技术以振动测试为基础,对分析模型进行修正,最终获得准确的有限元模型^[1]。

考虑到大型复杂结构的有限元模型修正在计算量和收敛性方面的困难,国内外学者提出了基于替代模型和子结构模型的修正方法。费庆国等^[2]提出了一种基于径向基神经网络的有限元模型修正方法,将模型修正归结为正问题进行研究,此方法避免了反问题所面临的复杂非线性优化计算,无需迭代求解。Ren等^[3-4]分别采用静态响应、动力学参数作为特征量,以简洁的响应面模型构造特征量与参数之间的复杂关系修正了桥梁结构的数值模型。Chakraborty等^[5]发展了一种基于自适应响应面模型的修正方法,修正中的响应面模型采用最小二乘方法建立。但替代模型仅描述了修正参数与特征量之间的数学关系,难以通过具有实际意义的物理矩阵描述其结构特性及复杂结构的局部连接特性,从而确定其力学性能。姜东等^[6]考虑螺栓搭接界面性能的不确定性,采用薄层单元对螺栓连接面进行建模,利用模型修正技术对连接界面的弹性参数进行识别,进一步确定连接面刚度。重点关注连接局部时,可以采用子结构的方法对非连接部位进行缩聚。Alamdari等^[7]基于固定界面模态综合法,利用弹塑性应力应变关系,通过非线性频响函数对焊接圆管的局部焊接性能进行识别。侯吉林等^[8]提出基于约束子结构的模型修正方法,其主要思想是利用脉冲响应,构造完全隔离出整体结构的局部约束子结构,并对其优化修正。但其对子结构边界节点响应要求严格,当边界节点响应难以完全测量时,其方法不能使子结构完全隔离。Weng

等^[9]结合子结构方法,提出利用子结构动柔度矩阵和测量并所得的局部自由度响应进行修正,并将其应用于广州电视塔的损伤识别,该结构全部自由度为2.169万。

针对航空发动机的仿真研究,曹源等^[10]对其进行了回顾和展望,指出航空发动机的仿真研究需要注重计算效率和能力,即应确保计算精度的同时,考虑采用更有效率的方法。同时,陈予恕等^[11]指出,航空发动机的精细化建模对航空发动机的优化设计是非常必要的,结构优化设计的前提是提供准确可靠的分析模型。陈果^[12]针对航空发动机整机振动,建立了复杂转子-支承-机匣耦合动力学模型,并利用整机模态试验验证了该模型的正确有效性。贾瑞琦等^[13]讨论了发动机整机机匣建模方案,认为可分为主承力和其他机匣部件分别建模,主承力机匣采用实体单元以有效模拟刚度特性,传力机匣采用壳单元减小计算规模,以得到整机动力学分析模型。航空发动机是复杂的连接结构,耦合动力学模型与分别建模方案可以得到发动机的主要特性,但对其连接局部的特性进行分析时,例如连接界面参数识别,仍需要准确的精细化模型。结合模型修正技术,Schedlinski等^[14]利用简化的某发动机机匣壳单元模型,选择壳单元的厚度作为待修正参数,利用试验模态数据,对某发动机机匣的简化模型进行修正。Böswald等^[15]利用结构的试验频响函数,对经过大量简化后的发动机有限元模型,进行修正,并考虑了结构的连接非线性问题。上述对航空发动机修正方法的研究均基于简化的壳模型,由于壳单元建模过程中不可避免地对几何厚度和连接偏置等进行大量简化,忽略对模态频率相对灵敏度较小的结构弹性参数,选取了壳单元的厚度作为主要待修正参数。马双超等^[16]针对圆筒机匣结构,利用10节点四面体单元建立其精细的有限元分析模型,单元数共计3.2827万个,采用

试验模态数据,对有限元模型两端和中间段的弹性模量进行了修正,由于连接边两端在整体结构中占比较小,当与占比较大的中间段进行同时修正时,连接边两端修正后弹性模量变化较小。相较于简化模型,精细化建模能够完整保留结构准确的几何特性,但计算耗时,而模型修正是对有限元模型进行多次迭代优化,以得到准确计算模型的过程。故本文提出了一种基于子结构的航空发动机精细化建模及有限元模型修正方法。

以航空发动机机匣为研究对象,建立了其精细化有限元模型,采用混合边界子结构有限元模型修正方法,分别针对机匣内部结构和缩聚后的连接边残余结构的有限元模型进行修正。比较了子结构模型与全模型在动态特性分析和有限元模型修正中的计算效率。

1 混合边界模态综合法

常用的 Craig-Bampton 固定界面模态综合法(C-B法)^[17]将结构在物理坐标系下的位移分为约束边界位移 u_b 和内部位移 u_i 。相应的模态坐标系下约束边界和内部结构位移可分别表示为 q^c 和 q^n 。对应的假设模态分为两类:一类为固定界面约束模态;一类是约束界面保留主模态。

子结构无阻尼运动方程可表示为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{bb} & \mathbf{K}_{bi} \\ \mathbf{K}_{ib} & \mathbf{K}_{ii} \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{bb} & \mathbf{M}_{bi} \\ \mathbf{M}_{ib} & \mathbf{M}_{ii} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q^c \\ q^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}^c \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中 $\mathbf{K}$ 和 $\mathbf{M}$ 分别为子结构刚度和质量矩阵,下标 $bb, bi(ib)$ 和 ii 分别表示约束边界自由度、边界和内部耦合自由度以及内部自由度的矩阵分块形式, ω 表示结构固有频率, $\mathbf{F}^c$ 表示作用于子结构约束边界上的力。

对于求解结构的特征值问题,除了作用在子结构约束边界上的力 $\mathbf{F}^c$ 外,没有其他形式的力。边界约束时,有 $q^c = \mathbf{0}$,代入式(1)的第2项,得到约束边界特征值方程为

$$(\mathbf{K}_{ii} - \omega^2 \mathbf{M}_{ii})q^n = \mathbf{0} \quad (2)$$

求得相应的约束边界特征向量 ϕ^n ,得到约束界面保留主模态 $\Phi^n = [\mathbf{0} \quad \phi^n]^T$ 。

由式(1)忽略惯性力项,给出静力方程

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{bb} & \mathbf{K}_{bi} \\ \mathbf{K}_{ib} & \mathbf{K}_{ii} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q^c \\ q^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_m \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (3)$$

求解式(3)的第2个方程,得

$$q^n = -\mathbf{K}_{ii}^{-1} \mathbf{K}_{ib} q^c = \Psi^c q^c \quad (4)$$

则子结构的固定界面约束模态 $\Psi^c = [\mathbf{I}_b \quad \Psi^c]^T$ 。由

此,C-B法的假设位移表达式可以表示为

$$u = \begin{bmatrix} u_b \\ u_i \end{bmatrix} = \mathbf{T}^{CB} \begin{bmatrix} q^c \\ q^n \end{bmatrix} = [\Psi^c \quad \Phi^n] \begin{bmatrix} q^c \\ q^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_b & \mathbf{0} \\ \Psi_{ib}^c & \Phi_{ik}^n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q^c \\ q^n \end{bmatrix} \quad (5)$$

式中 $\mathbf{T}^{CB}$ 表示 C-B 转换矩阵, Ψ_{ib}^c 表示内部自由度 i 缩聚到约束边界自由度 b 的固定界面约束模态矩阵, Φ_{ik}^n 表示内部自由度 i 在边界约束下的前 k 阶保留主模态矩阵,可分别由式(2)、式(4)得到。

针对机械连接结构,其连接界面并非完全约束,存在部分自由边界。与 C-B 法不同,残余柔度混合边界模态综合法^[18]考虑结构为约束-自由混合边界。在物理坐标系下将位移场划分为约束边界位移场 u_b 、自由边界位移场 u_c 和内部位移场 u_i 。对应的模态空间广义坐标系下的位移场为 $q_1 = [q^c \quad q^r \quad q^n]^T$ 。利用瑞利·里兹法得到残余柔度混合边界模态综合法下的结构假设位移场

$$u = \bar{\Psi}_b^c q^c + \bar{\mathbf{G}}_c^r q^r + \bar{\Phi}_k^n q^n \quad (6)$$

式中 $\bar{\Psi}_b^c$ 为混合界面约束模态, $\bar{\mathbf{G}}_c^r$ 为残余柔度模态, $\bar{\Phi}_k^n$ 为混合界面保留主模态,下标 b, c 和 k 表示 3 种假设模态的列数。

在残余柔度混合边界(residual flexibility mixed boundary, RFMB)模态综合法中,其边界被划分成了约束和自由两类自由度,如图 1 所示。其中 m 表示边界自由度集,C-B法中, $m=b$,混合边界模态综合法中, $m=b+c$ 。

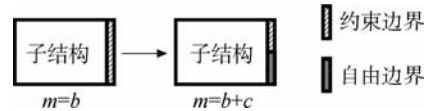


图 1 固定界面和混合界面子结构

Fig. 1 Fixed and mixed boundary substructures

与 C-B 法类似,利用非约束自由度集 $[q^r \quad q^n]^T$ 替换式(2)和式(4)中的内部位移 q^n ,可分别确定混合界面的保留主模态 $\bar{\Phi}_k^n$ 和约束模态 $\bar{\Psi}_b^c$ 。不考虑约束自由度,在自由边界上施加单位力得到的位移为

$$\mathbf{g}_v = \mathbf{K}_v^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{cc} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (7)$$

式中 $\mathbf{g}_v$ 表示自由边界上施加单位力下的柔度。

$$\mathbf{K}_v = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{cc} & \mathbf{K}_{ck} \\ \mathbf{K}_{kc} & \mathbf{K}_{kk} \end{bmatrix} \quad (8)$$

则残余柔度模态矩阵 $\bar{\mathbf{G}}_c^r$ 为

$$\bar{\mathbf{G}}_c^r = [\mathbf{0} \quad \mathbf{g}_{cc}^r \quad \mathbf{g}_{ic}^r]^T = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{u}_v \end{bmatrix} - \bar{\Phi}_k^n [(\bar{\Phi}_k^n)^T \mathbf{M} \bar{\Phi}_k^n]^{-1} (\bar{\Phi}_k^n)^T \mathbf{M} \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{u}_v \end{bmatrix} \quad (9)$$

则式(6)可以通过分块表示为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{u}_b \\ \mathbf{u}_c \\ \mathbf{u}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_b & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \boldsymbol{\Psi}_{cb}^c & \mathbf{g}_{cc}^r & \boldsymbol{\Phi}_{ck}^n \\ \boldsymbol{\Psi}_{ib}^c & \mathbf{g}_{ic}^r & \boldsymbol{\Phi}_{ik}^n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q}^c \\ \mathbf{q}^r \\ \mathbf{q}^n \end{bmatrix} \quad (10)$$

简写为

$$\mathbf{u} = \mathbf{T}_1 \mathbf{q}_1 \quad (11)$$

结构的约束模态可由物理坐标系下的固定边界自由度集(B 集: $\mathbf{x}_b$)计算,即如式(10)第 1 行所示。式(10)的第 2、3 行难于直接从物理坐标空间下的自由边界自由度集(C 集: $\mathbf{x}_c$)获得。但由于自由边界的残余柔度模态 $\mathbf{g}_{cc}^r$ 是非奇异矩阵,将

$$\mathbf{T}^{\text{RMFB}} = \mathbf{T}_1 \mathbf{T}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_b & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_c & \mathbf{0} \\ \boldsymbol{\Psi}_{ib}^c - \mathbf{g}_{ic}^r (\mathbf{g}_{cc}^r)^{-1} \boldsymbol{\Psi}_{cb}^c & \mathbf{g}_{ic}^r (\mathbf{g}_{cc}^r)^{-1} & \boldsymbol{\Phi}_{ik}^n - \mathbf{g}_{ic}^r (\mathbf{g}_{cc}^r)^{-1} \boldsymbol{\Phi}_{ck}^n \end{bmatrix} \quad (17)$$

相当于结构的第二次坐标转换矩阵,也就是结构的独立坐标变换矩阵。从而可以得到子结构利用残余柔度混合边界模态综合法后的刚度矩阵和质量矩阵

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{K}} &= (\mathbf{T}^{\text{RMFB}})^T \mathbf{K} \mathbf{T}^{\text{RMFB}} \\ \bar{\mathbf{M}} &= (\mathbf{T}^{\text{RMFB}})^T \mathbf{M} \mathbf{T}^{\text{RMFB}} \end{aligned} \quad (18)$$

图 2 为系统子结构划分,包括子结构 I、II 和残余结构。其缩聚边界为混合界面、约束界面与自有界面。

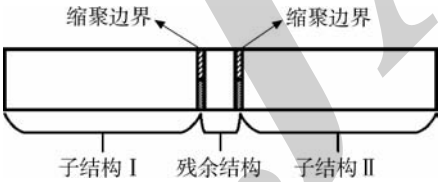


图 2 系统子结构划分

Fig. 2 System substructure partition

则系统自由振动方程为

$$\bar{\mathbf{M}}_z \ddot{\mathbf{u}} + \bar{\mathbf{K}}_z \mathbf{u} = \mathbf{0} \quad (19)$$

式中 $\bar{\mathbf{M}}_z$ 、 $\bar{\mathbf{K}}_z$ 分别表示子结构通过残余柔度混合边界模态综合法之后得到的系统总质量矩阵和刚度矩阵

$$\bar{\mathbf{M}}_z = \mathbf{M}^{\text{res}} + \sum_{\alpha=1}^2 \bar{\mathbf{M}}^\alpha \quad (20)$$

$$\bar{\mathbf{K}}_z = \mathbf{K}^{\text{res}} + \sum_{\alpha=1}^2 \bar{\mathbf{K}}^\alpha \quad (21)$$

式中上标 res 为残余结构, α 为子结构数。

第 2 行展开,且 $\mathbf{u}_c = \mathbf{x}_c$, $\mathbf{q}^n = \mathbf{q}_k$, 利用上述 C 集的残余柔度模态矩阵逆变换得到如下转换:

$$\mathbf{q}^c = \mathbf{x}_b \quad (12)$$

$$\mathbf{q}^r = -(\mathbf{g}_{cc}^r)^{-1} (\boldsymbol{\Psi}_{cb}^c \mathbf{x}_b - \mathbf{x}_c + \boldsymbol{\Phi}_{ck}^n \mathbf{q}_k) \quad (13)$$

$$\mathbf{q}^n = \mathbf{q}_k \quad (14)$$

简写为

$$\mathbf{q}_1 = \mathbf{T}_2 \mathbf{q}_2 \quad (15)$$

$\mathbf{q}_2 = [\mathbf{x}_b \quad \mathbf{x}_c \quad \mathbf{q}_k]^T$ 为子结构的混合坐标(k 表示 k 阶截断的模态坐标)。利用残余柔度矩阵得到结构从混合坐标系到物理坐标系下的转换矩阵,记作 $\mathbf{T}^{\text{RMFB}}$:

$$\mathbf{u} = \mathbf{T}_1 \mathbf{T}_2 \mathbf{q}_2 = \mathbf{T}^{\text{RMFB}} \mathbf{q}_2 \quad (16)$$

式中

2 模型修正方法

设初始有限元模型的设计参数为 p_0 , 特征量 f 是其隐函数, f 可以是模态频率、振型或振型相关系数及其组合, f 在 p_0 处的 Taylor 展开为

$$f(p) \simeq f(p_0) + \sum_{n=1}^{n_p} \frac{\partial f}{\partial p_n} \Delta p_n \quad (22)$$

对于由多个特征量构成的特征向量 $\mathbf{f}$, 上式可以改写为

$$\mathbf{S} \Delta \mathbf{p} \simeq \Delta \mathbf{f} \quad (23)$$

式中 $\mathbf{S}$ 为结构灵敏度矩阵, $\Delta \mathbf{p}$ 为待修正参数变化量, $\Delta \mathbf{f}$ 为特征量残差。基于灵敏度的设计参数型修正方法多以式(23)为出发点, 归结为各种优化问题求解。子结构的模型修正方法, 主要是在建立结构动力学模型时, 通过考虑连接边的实际连接形式, 利用混合边界模态综合技术, 将内部子结构与残余结构分离, 仅对其残余结构进行分析求解。其具体流程如图 3 所示。对利用子结构进行模型修正的灵敏度计算公式推导如下。

考虑如式(19)所描述的无阻尼系统的动力学方程, 对于第 r 阶特征值问题

$$(\bar{\mathbf{K}}_z - \lambda_r \bar{\mathbf{M}}_z) \boldsymbol{\varphi}_r = \mathbf{0} \quad (24)$$

式中 λ_r 和 $\boldsymbol{\varphi}_r$ 分别为第 r 阶特征值问题的特征解和特征向量。对第 j 个参数 p_j 进行偏微分

$$\begin{aligned} &\left(-\frac{\partial \lambda_r}{\partial p_j} \bar{\mathbf{M}}_z - \lambda_r \frac{\partial \bar{\mathbf{M}}_z}{\partial p_j} + \frac{\partial \bar{\mathbf{K}}_z}{\partial p_j} \right) \boldsymbol{\varphi}_r = \\ &-(-\lambda_r \bar{\mathbf{M}}_z + \bar{\mathbf{K}}_z) \frac{\partial \boldsymbol{\varphi}_r}{\partial p_j} \end{aligned} \quad (25)$$

式(25)的两边同时左乘特征向量转置 φ_r^T 可得

$$-\varphi_r^T \frac{\partial \lambda_r}{\partial p_j} \bar{M}_z \varphi_r - \varphi_r^T \lambda_r \frac{\partial \bar{M}_z}{\partial p_j} \varphi_r + \varphi_r^T \frac{\partial \bar{K}_z}{\partial p_j} \varphi_r = \varphi_r^T \lambda_r \bar{M}_z \frac{\partial \varphi_r}{\partial p_j} - \varphi_r^T \bar{K}_z \frac{\partial \varphi_r}{\partial p_j} \quad (26)$$

第 r 阶特征值对第 j 个参数的灵敏度为

$$\frac{\partial \lambda_r}{\partial p_j} = \frac{\varphi_r^T \left(\frac{\partial \bar{K}_z}{\partial p_j} - \lambda_r \frac{\partial \bar{M}_z}{\partial p_j} \right) \varphi_r}{\varphi_r^T \bar{M}_z \varphi_r} \quad (27)$$

对于由多个特征量构成的特征向量 f 和多参数修正时,式(27)可改写为

$$\frac{\partial \lambda}{\partial p} = \frac{\Phi^T \left(\frac{\partial \bar{K}_z}{\partial p} - \lambda \frac{\partial \bar{M}_z}{\partial p} \right) \Phi}{\Phi^T \bar{M}_z \Phi} \quad (28)$$

将子结构的系统矩阵代入,即式(20)和式(21)代入式(28)可以得到变换后的灵敏度矩阵

$$\frac{\partial \lambda}{\partial p} = \Phi^T \left[\frac{\partial \left(K^{\text{res}} + \sum_a \bar{K}^a \right)}{\partial p} - \lambda \frac{\partial \left(M^{\text{res}} + \sum_a \bar{M}^a \right)}{\partial p} \right] \Phi \quad (29)$$

对子结构模型进行灵敏度分析,式(29)的求解效率将会得到提高。若 λ^e 、 λ^a 分别表示试验和分析特征值向量,基于残余柔度混合边界法求解残余结构特征值问题,进一步结构模型修正问题转化为下面的优化问题,其修正目标函数为

$$\begin{cases} \min J(p) = \varepsilon^T W_\varepsilon \varepsilon_\lambda = \|W_\varepsilon^{1/2} [\lambda^e - \lambda^a(p)]\|_2^2 \\ \text{s. t.} \quad \underline{p} \leq p \leq \bar{p} \end{cases} \quad (30)$$

其中 $\varepsilon = \lambda^e - \lambda^a(p)$ 是试验和分析得到的特征值残差向量, W_ε 是对称加权矩阵, $\underline{p}$ 和 $\bar{p}$ 分别表示待修正参数的上、下边界值。本文基于模态频率进行修正研究。加权矩阵按第 1 阶固有频率进行归一化后给出 $W_\varepsilon = f^e(1) \cdot (\text{diag } f^e)^{-1}$, $\text{diag } f^e$ 表示试验频率对角矩阵。利用灵敏度分析方法求解式(30),第 k 迭代步为

$$W_\varepsilon^{1/2} (\lambda^e - \lambda_k^a) = S_k (p_{k+1} - p_k) \quad (31)$$

其中 $S_k = \frac{W_\varepsilon^{1/2} \partial \lambda_k^a}{\partial p_k}$ 为关于修正参数的加权灵敏度矩阵。

如图 3 所示,基于混合边界模态综合法的动力学有限元模型修正步骤如下:

- 1) 划分。根据装配式结构的材料分布特性、连接属性等局部特征,划分子结构和残余结构。
- 2) 缩聚。采用混合边界模态综合法对子结构进行动力缩聚,得到缩聚边界的物理矩阵(质量、刚度矩阵)。
- 3) 装配。利用得到的缩聚边界物理矩阵,装配到残余结构,得到分析结构的整体质量、刚度矩阵,进行结构动力学分析。
- 4) 修正。按照修正基本步骤,确定待修正参数,基于结构灵敏度分析,通过求解优化问题(式(30)),对残余结构进行模型修正。

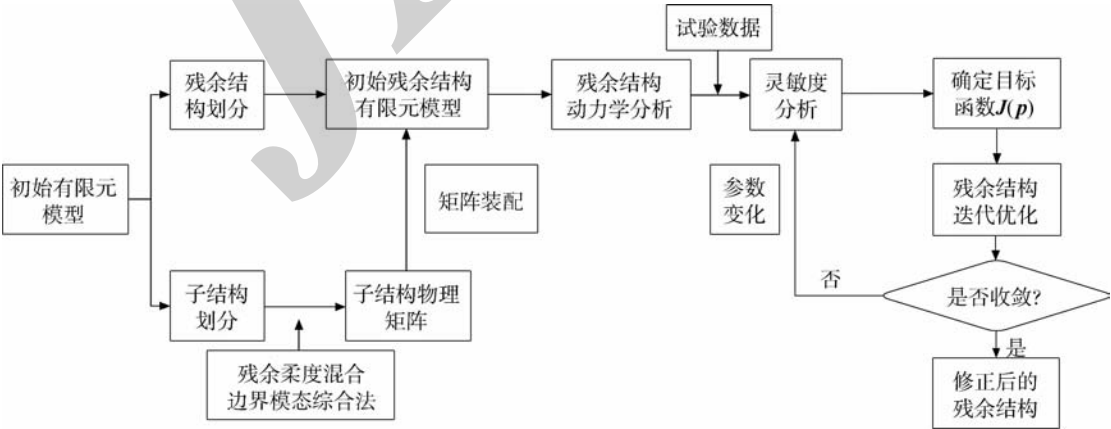


图 3 基于混合边界模态综合法的有限元模型修正流程图
Fig. 3 Flow chart of finite element model updating based on the mixed boundary CMS

3 子结构计算精度及效率比较

3.1 发动机机匣建模

本算例研究对象为某航空发动机外机匣,图

4 所示为该机匣的几何模型,其中红色部分为内部结构,浅蓝色和深蓝色部分为连接边结构。其内部结构和两个连接边结构为铝合金材料,弹性模量 $E=70000\text{MPa}$,切变模量 $G=26316\text{MPa}$,密

度为 2700 kg/m^3 。采用四面体单元进行建模,见图 5。共建立 29 万个单元,其中连接边 I 有 7616 个单元,连接边 II 有 9509 个单元,内部结构单元数为 27.5 万。整模型计算自由度达 28.6 万,定义全模型为包含所有计算自由度的有限元模型。

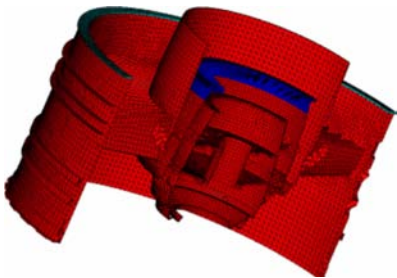


图 5 航空发动机外机匣有限元模型
Fig. 5 Finite element model of an aero-engine casing

态与子结构分析所得残余结构的模态振型一致。定义频率分析误差 $e_f=100\% \times (f^w - f^s)/f^w$,其中上标 w 和 s 分别表示全模型和子结构模型。分析表 2 的频率误差可知,该复杂模型的最大误差出现在第 5 阶,为 1.19%,其余 4 阶的频率误差均小于 0.2%,计算偏差较小。

图 4 航空发动机外机匣几何模型
Fig. 4 Geometric model of an aero-engine casing

3.2 动态特性分析

为比较全模型和子结构模型的分析精度和效率,对两种模型进行自由模态分析,获得前 5 阶模态和对应的固有频率,如表 1 和表 2 所示。从表 1 可以看出,全模型分析得到的连接边结构模

全模型与子结构模型的计算效率比较如表 3 所示,分析采用 Inter(R) Core(TM) i5-3470 的 CPU,主频为 3.20GHz,安装内存为 8.00GB,计

表 1 全模型连接边和子结构模型对应模态振型比较
Table 1 Modal shape comparison of the junction between whole model and substructure

模型	第 1 阶	第 2 阶	第 3 阶	第 4 阶	第 5 阶
全模型					
子结构					

表 2 全模型与子结构模型固有频率误差分析
Table 2 Error comparison of the natural frequency between whole model and substructure

阶次	固有频率/Hz		误差/%
	全模型	子结构	
1	106.22	106.28	0.06
2	219.02	219.06	0.02
3	232.49	232.83	0.15
4	316.20	316.76	0.18
5	321.64	325.46	1.19

表 3 全模型与子结构模型固有特性分析耗时比较
Table 3 Time-consuming comparison of the natural performance analysis between whole model and substructure

全模型耗时/s	子结构耗时/s	Δt
109.280	16.107	-93.173

注:表中 $\Delta t=t^s-t^w$ 。

算机为 Windows 7×64 位操作系统。通过计算时长统计,全模型平均一次固有特性分析耗时为 109.280 s,而采用子结构模型的计算耗时仅为 16.107 s,与全模型相比,计算效率提高了

5.78 倍。

4 子结构模型修正及效率比较

4.1 内部结构修正

工程上多采用分层的思路^[19]对复杂结构进行有限元模型修正研究,本文采用两层修正:①对发动机机匣的内部结构进行修正,得到准确的缩聚模型;②对局部残余结构进行修正,得到准确的连接边界参数。针对第 1 层修正,采用基于参数灵敏度分析的修正方法,通过数值方法求解式(31)得到 p_{k+1} ,迭代直至满足收敛条件:
$$\sum \left| \frac{f_n^a - f^c}{f^c} \right| < 10^{-5}.$$
 f^c 和 f_n^a 分别表示试验频率和第 n 次迭代后的分析频率。

发动机结构的材料属性与动态分析时一致,并以 $E=700\,00\text{ MPa}$, $G=26\,316\text{ MPa}$ 作为试验真值,对应的前 5 阶特征频率为目标频率。采用摄动法,构造误差模型。假设弹性参数 E 和 G 分别有 -17.14% 和 -20% 的初始误差,即弹性参数初始值 $E_0=58\,000\text{ MPa}$, $G_0=21\,052\text{ MPa}$,选取结构前 5 阶特征频率,以 E 和 G 为待修正参数进行修正。

内部结构的频率和参数收敛曲线如图 6 所示。表 4 为弹性参数初始误差和修正后误差。从图中可已看出,迭代 9 次之后,满足频率收敛条件,收敛后弹性参数的最大误差绝对值仅为 0.003% 。

4.2 连接边修正

针对第 2 层局部连接结构修正,分别采用全模型和子结构模型修正方法,比较两种方法的计算效率及结果。其中,子结构模型修正的基本步骤如下:

1) 子结构划分。该发动机机匣由内部结构(图 4 红色部分)和连接边结构(图 4 浅蓝和深蓝色部分)组成,内部结构作为子结构,连接边为分析残余结构。

2) 缩聚和装配。利用混合边界模态综合法,将内部结构的物理矩阵缩聚到残余结构的连接边界,最后装配为分析残余结构的总矩阵 $\overline{M}_z$ 和 $\overline{K}_z$ 。

3) 修正。采用灵敏度分析方法,迭代求解式(31),直至满足收敛,
$$\sum \left| \frac{f_n^a - f^c}{f^c} \right| < 10^{-5}.$$

本文所研究发动机具有两个连接边,连接边 1 和连接边 2 的弹性模量 $E_1=E_2=70\,000\text{ MPa}$,并作为试验真值,对应的第 1、4、5 阶特征频率作

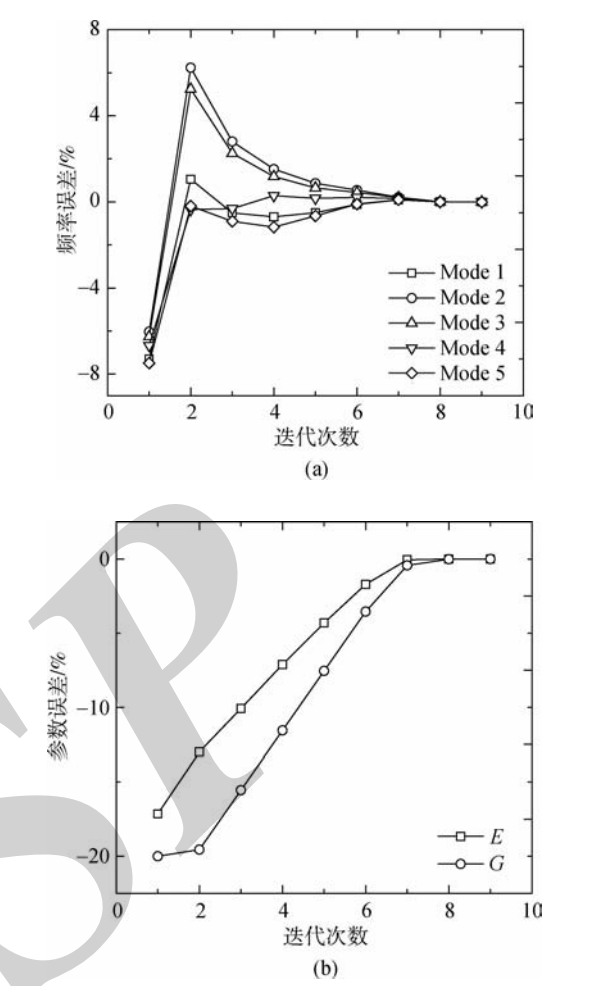


图 6 机匣内部结构频率及参数误差收敛曲线
Fig. 6 Convergence curves of the frequency error and parameter error for the casing internal structure

表 4 弹性参数初始误差及修正后误差
Table 4 Error of the elastic parameters before and after updating

修正参数	初始误差/%	修正后误差/%
E	-17.14	0
G	-20.00	-0.003

为目标频率。同样采用摄动法构造误差模型,假设连接边 1 和连接边 2 的弹性模量 E_1 和 E_2 均具有 20% 的初始误差,即 $E_1^0=E_2^0=84\,000\text{ MPa}$,选取结构第 1、4、5 阶特征频率,以 E_1 和 E_2 作为待修正参数进行修正。采用全模型时的连接结构(残余部分)频率及参数误差收敛曲线如图 7 所示,虽然其频率不满足频率收敛条件,但从图 7 可以看出,迭代 4 次后参数变化已趋于收敛,取其前 4 次迭代收敛曲线如图 8 所示,收敛后频率最大误差绝对值为 0.0062% 。

基于提出的子结构模型修正方法,采用同样的待修正参数 E_1 和 E_2 ,其初始误差为 20%,选

取结构第 1、4、5 阶特征频率。基于子结构修正方法的残余结构频率及参数误差收敛曲线如图 9 所

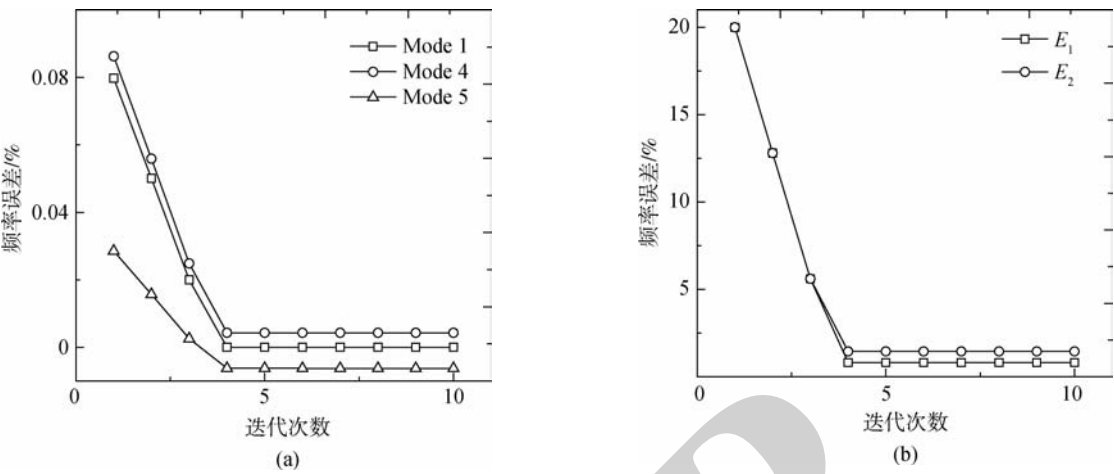


图 7 全模型连接结构频率及参数误差收敛曲线

Fig. 7 Convergence curves of the frequency error and parameter error for the junction structure of whole model

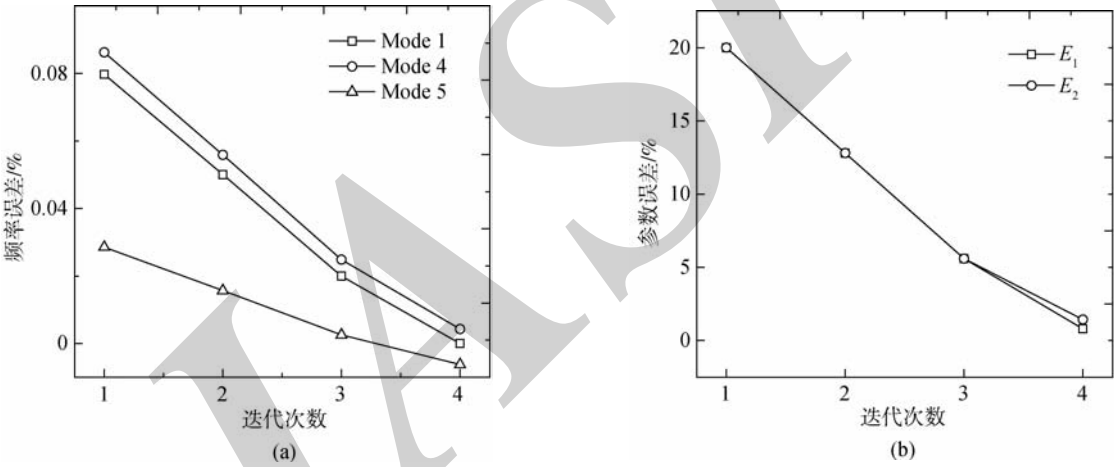


图 8 全模型连接结构频率及参数误差前 4 次收敛曲线

Fig. 8 First 4 convergence curves of the frequency error and parameter error for the junction structure of whole model

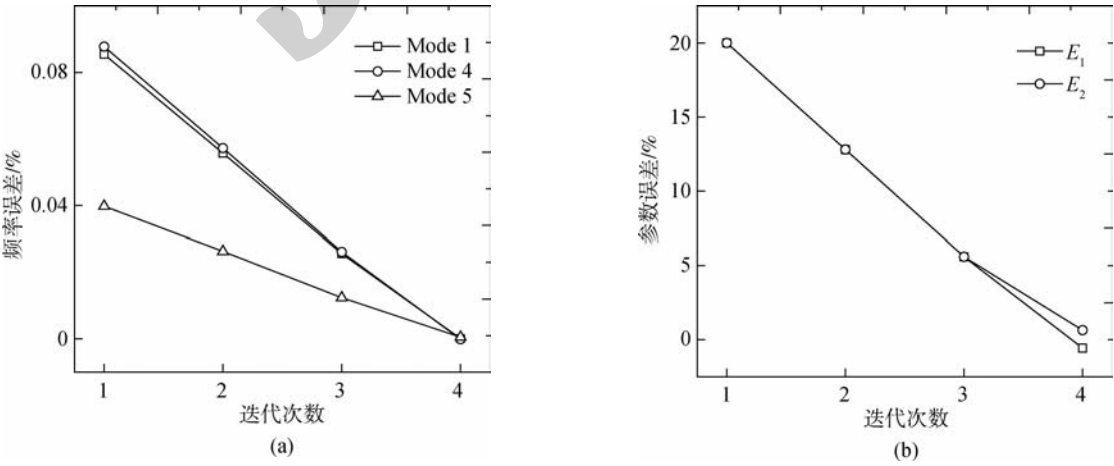


图 9 子结构修正的残余结构频率及参数误差收敛曲线

Fig. 9 Convergence curves of the frequency error and parameter error for the residual structure of substructure

示。第 4 次迭代后,满足频率收敛条件,收敛后频率最大误差绝对值为 0.0005%。

全模型和子结构模型修正后的参数误差如表 5 所示,全模型进行参数修正后的误差较大,最大误差为 1.44%,而子结构模型修正方法修正后的参数误差较小,最大误差仅为 0.64%。并且在单次修正迭代过程中,全模型的平均耗时是子结构模型的 5.15 倍,如表 6 所示。可知在计算效率上,子结构模型具有明显优势。

表 5 模型弹性参数初始误差及修正后误差比较
(全模型和子结构)

Table 5 Error comparison of the elastic parameters before and after updating (whole model and substructure)				
修正 参数	初始误差/%		修正后误差/%	
	全模型	子结构	全模型	子结构
E_1	20	20	0.80	-0.56
E_2	20	20	1.44	0.64

表 6 全模型与子结构模型参数修正耗时比较
(单次迭代)

Table 6 Time-consuming comparison of the model updating between whole model and substructure (single time)		
全模型时间/s	子结构时间/s	$\Delta t/s$
112.825	18.332	-94.493

注: $\Delta t=t^s-t^w$ 。

5 结 论

针对具有复杂机械连接形式的大型结构,基于混合边界模态综合法,将子结构动力学建模与模型修正方法相结合,利用精细化子结构缩聚模型对残余结构进行修正,并将其应用于航空发动机外机匣的精细化有限元建模和模型修正。研究主要结论有:

- 1) 推导了利用子结构建模方法进行模型修正的灵敏度计算公式,在缩聚模型的基础上,降低矩阵维度,从而降低灵敏度分析成本。
- 2) 基于子结构方法的复杂结构动力学模型与全模型相比,能准确计算结构的动力学固有特性,最大频率偏差为 1.19%,且计算速度明显占优,能够提高复杂结构的分析效率。
- 3) 基于混合边界模态综合法的有限元模型

修正研究表明,与采用全模型对局部参数修正结果相比,子结构的模型修正方法能够准确修正复杂结构的局部连接参数,其最大参数修正误差为 0.64%,全模型的参数修正误差为 1.44%,子结构模型修正的计算效率明显提高。

参考文献:

[1] MOTTERSHEAD J E, LINK M, FRISWELL M I. The sensitivity method in finite element model updating; a tutorial[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2011, 25(7): 2275-2296.

[2] 费庆国,张令弥. 基于径向基神经网络的有限元模型修正研究[J]. 南京航空航天大学学报, 2004, 36(6): 748-752. FEI Qingguo, ZHANG Lingmi. Finite element model updating using radial basis function neural network[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2004, 36(6): 748-752. (in Chinese)

[3] REN W X, CHEN H B. Finite element model updating in structural dynamics by using the response surface method [J]. Engineering Structures, 2010, 32(8): 2455-2465.

[4] REN W X, FANG S E, DENG M Y. Response surface based finite element model updating using structural static response[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2011, 137(4): 248-257.

[5] CHAKRABORTY S, SEN A. Adaptive response surface based efficient finite element model updating[J]. Finite Element in Analysis and Design, 2014, 80: 33-40.

[6] 姜东,吴邵庆,史勤丰,等. 基于薄层单元的螺栓连接结构接触面不确定性参数识别[J]. 工程力学, 2015, 32(4): 220-227. JIANG Dong, WU Shaoqing, SHI Qinfeng, et al. Contact interface parameter identification of bolted joint structure with uncertainty using thin layer element method[J]. Engineering Mechanics, 2015, 32(4): 220-227. (in Chinese)

[7] ALAMDARI M M, LI J, SAMALI B, et al. Nonlinear joint model updating in assembled structures[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2014, 140(7): 04014042. 1-04014042. 11.

[8] 侯吉林,欧进萍. 基于局部模态的约束子结构模型修正法[J]. 力学学报, 2009, 41(5): 748-756. HOU Jilin, OU Jinping. Isolated substructure model updating based on local mode[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2009, 41(5): 748-756. (in Chinese)

[9] WENG S, XIA Y, ZHOU X Q, et al. Inverse substructure method for model updating of structures[J]. Journal of Sound and Vibration, 2012, 331(25): 5449-5468.

[10] 曹源,金先龙,孟光. 航空发动机系统级仿真研究的回顾与展望[J]. 航空动力学报, 2004, 19(4): 562-571. CAO Yuan, JIN Xianlong, MENG Guang. Recent development and prospects of system-level modeling of aircraft engine[J]. Journal of Aerospace Power, 2004, 19(4): 562-571. (in Chinese)

[11] 陈予恕,张华彪. 航空发动机整机动力学研究进展与展望[J]. 航空学报,2011,32(8):1371-1391.
CHEN Yushu,ZHANG Huabiao. Review and prospect on the research of dynamics of complete aero-engine systems[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica,2011,32(8):1371-1391. (in Chinese)

[12] 陈果. 航空发动机整机耦合动力学模型及振动分析[J]. 力学学报,2010,42(3):548-559.
CHEN Guo. Coupling dynamic model and dynamic analysis for whole aero-engine[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics,2010,42(3):548-559. (in Chinese)

[13] 贾瑞琦,曹茂国,梁海涛. 航空发动机整机静子建模与刚度验证[J]. 航空发动机,2015,41(6):74-80.
JIA Ruiqi, CAO Maoguo, LIANG Haitao. Modeling and validation of stiffness character for whole aeroengine stator[J]. Aeroengine,2015,41(6):74-80. (in Chinese)

[14] SCHEDLINSKI C, LINK M, SCHÖNROCK A. Application of computational model updating to aeroengine components[R]. Brussels: International Seminar on Modal Analysis Conference,1999.

[15] BÖSWALD M, LINK M, SCHEDLINSKI C. Computational model updating and validation of aero-engine finite element models based on vibration test data[R]. Munich, Germany;the 11th International Forum on Aeroelasticity and Structural Dynamics,2005.

[16] 马双超,臧朝平,兰海波. 某航空发动机机匣的动力学模型修正[J]. 航空动力学报,2013,28(4):878-884.
MA Shuangchao,ZANG Chaoping, LAN Haibo. Dynamic model updating of an aero-engine casing[J]. Journal of Aerospace Power,2013,28(4):878-884. (in Chinese)

[17] 邱吉宝,张正平,向树红,等. 结构动力学及其在航天工程中的应用[M]. 合肥:中国科学技术大学出版社,2014.

[18] MAJED A,HENKEL E E,WILSON C. Improved method of mixed-boundary component-mode representation for structural dynamic analysis[J]. Journal of Spacecraft and Rockets,2005,42(5):825-831.

[19] 朱跃,张令弥,郭勤涛. 基于分层思想对复杂工程结构的有限元模型修正技术研究[J]. 振动与冲击,2011,30(12):175-180,190.
ZHU Yue,ZHANG Lingmi, GUO Qintao. Finite element model updating technique based on hierarchical method of complex engineering structure[J]. Journal of Vibration and Shock,2011,30(12):175-180,190. (in Chinese)

(编辑:陈 越)